

展望・総説・総論

加工・造形不良と不確かさを考慮したモデリングと品質保証

高野 直樹*

1. はじめに

製品の品質保証のため、さまざまな状況を想定したリスク評価において、不確かさ (uncertainty) を考慮した確率的シミュレーションによるバーチャル試験をおこなう手段が考えられる。一方、シミュレーションそのものの品質保証という問題もあり、最近の 10 年間でシミュレーションの Verification and Validation (V&V)¹⁾ の議論が進められてきた。シミュレーションの Validation (妥当性確認) においては、不確かさの定量的評価 (uncertainty quantification, 略して UQ) の重要性が世界的にも関心事の 1 つとなっているが、確固たる手法論の確立にはいたっていないのが現状である。

本稿では、製造時の加工・造形不良に焦点をあて、事例をまじえながら不確かさの要因を述べ、それらをパラメータ化し、確率的モデリング・シミュレーションをおこなう手法の現状と今後の展望について述べる。

2. ばらつきと不確かさ

実験、計測をおこなうとばらつき (variability) に出くわす。製造においては、ばらつきを低減するように、製造パラメータを最適化したり、温度・湿度などの環境因子に応じて調整したりする。しかしながら、ばらつきの度合いを確率密度関数として正確に把握するには、相当数の計測データが必要である。

図 1 は、実験ではなくシミュレーションであるが、CFRP 非対称積層板の引張解析である。CFRP とは炭素繊維強化プラスチック (carbon fiber reinforced plastics) 複合材料であり、非対称積層の場合には面内引張力の負荷により面外にたわむ。図 1 (a) に示した積層構成の 4 つの積層角度にそ

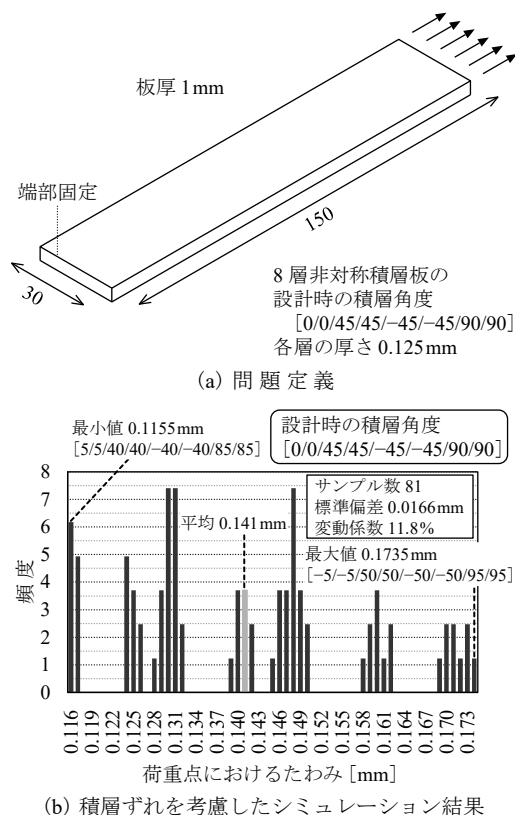


図 1 CFRP 非対称積層板の引張問題のシミュレーション

れぞれ $\pm 5^\circ$ のずれを想定し、総当たりで $3^4 = 81$ 通りのシミュレーションを市販 CAE ソフト COMSOL を用いておこない、得られた荷重点たわみを図 1 (b) に示す。

平均値 μ 、標準偏差 σ と、標準偏差を平均値で除した変動係数 (COV; coefficient of variance), σ/η も % 表記で示す。最大値は平均値より 23% 高く、最小値は平均値より 21% 低い。つまり、値はほぼ $\mu \pm 2\sigma$ の間に分布している。図 1 (b) から確率密度関数を仮定するのは不可能といえよう。シミュ

* 慶應義塾大学 理工学部 機械工学科 教授
(Naoki Takano)

レーションの精度を信用して実験結果と思えば、 $\pm 5^\circ$ の積層ずれが含まれる製造プロセスの場合に、確率密度関数を定めるために必要な試験片本数、コストと時間は膨大であることがわかる。本解析は線形解析であるが、損傷進展をとまなう非線形解析²⁾ならさらに複雑である。

さて、不確かさ（あるいは不確定性）とばらつきの違いは、著者の専門の計算力学分野の研究においては、あいまいさが残っている。私見であるが、相当多数の計測データが集まらないかぎり、確率密度関数は仮定せざるを得ず、正しいかどうかはわからない、つまり不確かである。偏微分方程式などの数理モデルを数値解析手法を用いてコンピュータで解く計算力学において、入力パラメータの仮定された確率密度関数を考慮した確率的シミュレーションを考える際、本稿では入力パラメータのばらつきとよばず、不確かさとよぶことにする。

3. 不確かさの要因とパラメタリゼーション

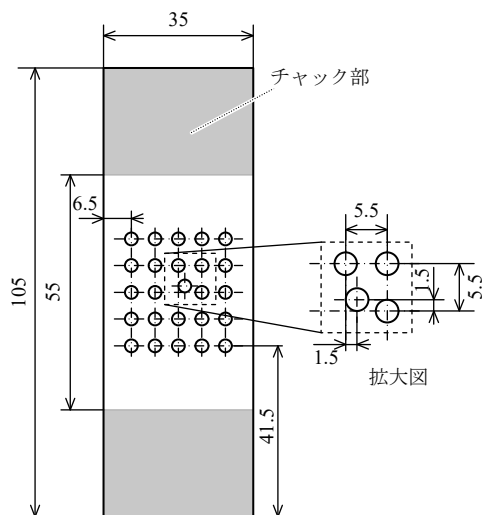
不確かさの要因は、計算力学の視点からは、方程式中のすべてのパラメータに存在しうる。変形・応力問題を解く式 (1) において、 L は偏微分方程式の演算子を表すとし、 u は偏微分方程式の解、 f は荷重ベクトルである。 h は拘束条件などの幾何的境界条件を表し、境界条件のもとに方程式を解くため、条件付き確率のような表記とした。 m はパラメータ群であり、形状・寸法という幾何学的パラメータ X と、材料の物性値である物理的パラメータ D からなるとする。ここで、幾何学的パラメータ (geometrical parameter) と物理的パラメータ (physical parameter) の数をそれぞれ m_g, m_p とし、 $m_g + m_p = m$ とする。

$$L(u(m)|h) = f \quad (1)$$

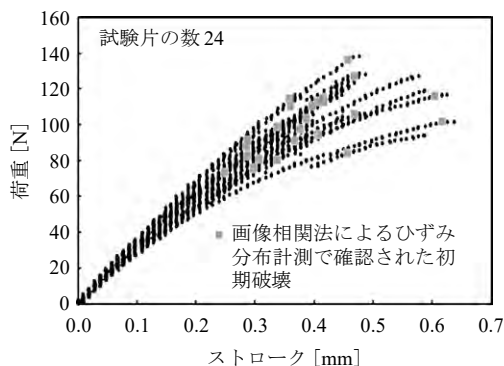
m, h, f のいずれにも不確かさが含まれるが、本稿では製造時の加工・造形不良に焦点をあてる。本章では、レーザ加工によるアクリル板の孔あけ³⁾、金属 3D 積層造形 (アディティブマニュファクチャリング、3D プリント) における幾何学的パラメータの不確かさ^{4), 5)} の実例を示し、不確かさの要因である幾何学的パラメータの定義 (パラメタリゼーシ

ン) について述べる。

最初の事例は、図 2 (a) のように 25 個の円孔を有する厚さ 0.3 mm のアクリル平板であり、中央の円孔だけ位置をずらして、初期破壊位置を確定的にした引張試験片である。24 本の試験片を用いた試験結果を図 2 (b) に示す。画像相関法によりひずみ分布計測をおこない、初期破壊が明白に観察されたケースをあわせて示すが、結果は大きくばらついている。この原因は、教育用に多用しているレーザ加工機の不調による。円孔形状がゆがんでいたり、中心位置がわずかにずれていたりした。形状を楕円近似した際の長径と短径、中心位置を幾何学的パラメータとして計測した結果



(a) 試験片の CAD データ

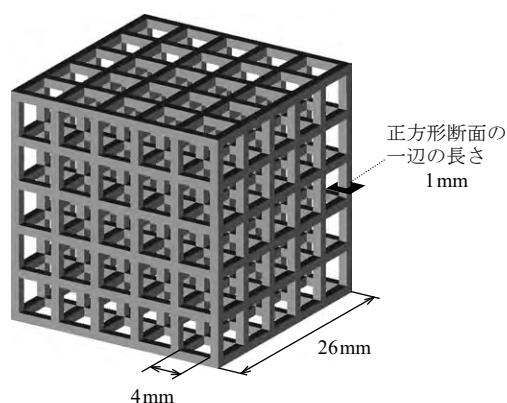


(b) 引張試験結果

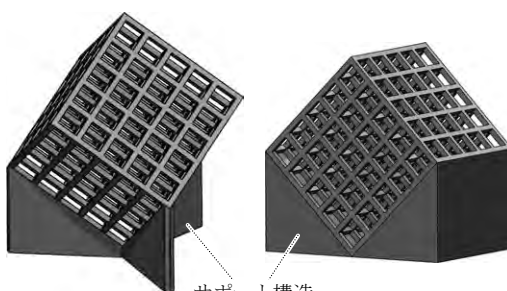
図 2 レーザ加工された多数の円孔を有するアクリル平板の引張試験

は、ワイブル分布関数で良好に近似された。計測値のデータベースから一様乱数によるサンプリングでモンテカルロシミュレーションをおこなったところ、初期破壊荷重値が低くなるケースが予測できた³⁾。

次に、金属 3D 積層造形により 図 3 (a) のラティス構造を造形した事例を紹介する。金属粉末のレーザー焼結方式を用い、2 社の造形受託企業に発注した。企業が独自の経験とノウハウに基づき設定したサポート構造を 図 3 (b) に示す。マルエージング鋼を用いた場合に、上記の 1 社による造形品に観察された造形不良を 図 4 に示す。図 4 (b) はマ



(a) CAD データ



(b) サポート構造

図 3 ラティス構造の 3D 積層造形

イクロ CT 撮像により判明したラティス構造内部の造形不良の一部である。圧縮試験をおこなうと、载荷能力は他社の造形品より約 3 割近く低かった。このような顕著な造形不良も、形状をモデル化して幾何的パラメータを定め、統計的な計測からデータベースを作成し、サンプリングして確率的シミュレーションをおこなうと、载荷能力の低下はある程度予測可能である⁴⁾。

同様に、アルミ合金 (Al-Si10-Mg) によるラティス構造も造形した。サポート構造は同一とし、ベッド温度とレーザー走査速度を造形パラメータとして圧縮強度を比較した結果を 表 1 に示す。载荷能力の違いは、各ストラット (棒材) の断面積で理論的にもほぼ説明ができる。CAD 寸法通りに造形できないという場合も一種の造形不良とよぶことにする。興味深いのは外形寸法には差がない点であり、断面積減少という造形不良の認識は容易ではない。マイクロ CT 画像から立体再構築したモデルを用いて、約 2000 本のストラットの断面積を計測した。表 1 の体積と圧縮強度は簡単のため平均値のみ示している。一方、密度に顕著な違いはみられず、結果として重量と圧縮強度はよい線形の相関がある ($R^2 = 0.93$) ことがわかった。つまり、計測が容易な重量さえ知れば、強度が推測できることになる⁵⁾。

他にも複数の事例の実験およびモデリングをお

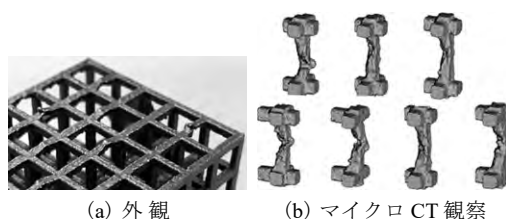


図 4 マルエージング鋼によるラティス構造に観察された造形不良

表 1 アルミ合金によるラティス構造の圧縮強度と主たる幾何的パラメータ

	外形寸法	ストラット中央での断面積	体積 (mm ³)	圧縮強度
CAD データ	26.0	1.0	2376	
ベッド温度 200℃ レーザー走査速度 速い	26.1	0.987±0.039	2130	8.16
ベッド温度 35℃ レーザー走査速度 遅い	25.9	0.710±0.033	1662	5.06

こなった結果⁶⁾，統計的に処理すべき造形不良を表現するパラメタリゼーションは難しく，ある程度の経験が必要であるといえる．要因探索と改善の見通しが立つような，先見の明のあるパラメタリゼーションが不確かさのモデリングのキーポイントの1つである．

4. 工学シミュレーションの V&V と不確かさの定量的評価

2006 年に米国機械学会 (ASME) から発表された工学シミュレーションの Verification and Validation (V&V) のガイド ASME V&V10-2006¹⁾ が契機となり，国内外の広範な工業分野で，シミュレーションの検証 (Verification) と数理モデルの妥当性確認 (Validation) が注目されるようになった．日本計算工学会には 2009 年に専門の研究会が設置され，現在でも High Quality Computing (HQC) 研究会として活動が続けられている．同学会は 2011 年以降，3 冊の独自の学会標準を出版，改訂しており，日本原子力学会も同様に 2015 年に学会標準を出版した．地盤などを扱う土木学会では，不確かさの要因が数多く，計測も不可能な場合がほとんどであり，活発な議論が続けられている．

本稿では，機械部品の製造に絞るため，地盤のようなきびしい不確かさはないが，学会間の情報交換もなされ，不確かさに対する学術的な取り組

みが続けられている．日本計算工学会では，機械・材料・土木・建築・生体力学等の技術者が集まり，不確かさを専門的に議論する研究会が 2015 年に設置された．

図 5 には，ASME V&V10-2006 の主要図をまとめたが，Validation において不確かさの定量的評価 (UQ) が求められているのが特徴的である．また，3 章で述べた幾何的パラメータと物理的パラメータが含まれている点に気づいていただきたい．両者が正しく設定されているかどうかは，ASME V&V10-2006 では Verification の範疇とされているが，式 (1) の数理モデルの Validation と UQ の主要因であるため，UQ を含む Validation の手段と考えた方が実用的である．

同じ V&V の内容を米国テキサス大学の J. T. Oden 教授は図 6 のように示している．図 6 では数理モデルが図の中心にあり，Validation が数理モデルの妥当性確認であること，実験との比較は Validation の手段であることが明瞭に示されている．不確かさは明示的に含まれないが，意思決定につながる行為と述べられ，これには不確かさを考慮したリスク評価や品質評価が含まれると考えられるため，暗黙に UQ も含まれていると解釈されよう．

V&V は，モデリング・シミュレーションにおいて考えるべき当然の手順であるが，UQ にまで

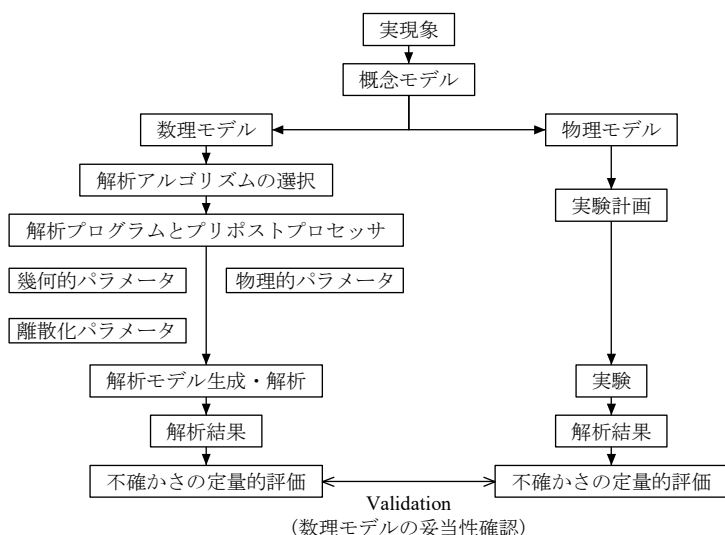


図 5 ASME V&V10-2006 で示された V&V の手順

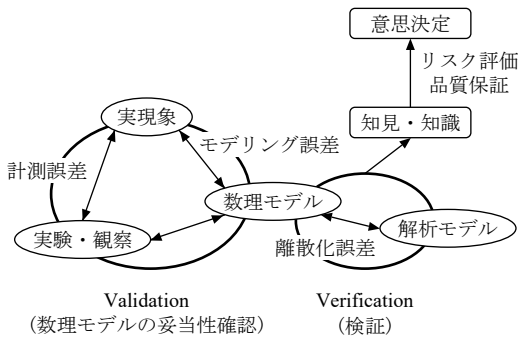


図6 V&Vの手順の別の表現

対処が及んでいないケースがほとんどである．特にUQにかかる解析コストの問題は産業界にとって重大である．一方で，現場で観察されるばらつきの問題解決に有効な手段と期待される．次章では，V&VおよびUQのための確率的シミュレーション法と品質保証への応用について述べる．

5. 不確かさを考慮したモデリング・シミュレーション法と品質保証

式(1)におけるパラメータ群 m のパラメータ数を $m_g + m_p = m$ とした．確率的シミュレーションでは， m 次元ランダムパラメータ空間内でサンプリングをおこなうことになる．

m が大きい場合，たとえば各パラメータで3水準のサンプリングをすると，総当たりで 3^m のサンプル数となる． $m = 20$ ならば約 3.5×10^9 という膨大な数となる．実用的な確率的シミュレーションの実現には，多次元パラメータ空間の認識^{(3), (7)}とサンプリングが鍵となる．

製品の工業用材料の物性値のばらつきは，新材料開発過程を除けば，比較的小さいものと期待される．そこで，物理的パラメータに含まれる不確かさを表現するランダムパラメータに関して，一次展開近似により有限要素解析理論に組み込み^{(2), (8)}，上記のサンプリングを考えるパラメータ空間の次元を減らす策が考えられる．

図7に展開近似の概念を示した．たとえばヤング率の変動係数が3%程度であれば(といっても 3σ は9%になる)，一次展開と二次展開の近似精度は変わらず，変動係数が大きい場合の両者の差は，解 u の確率密度の裾野分布にみられるだけで

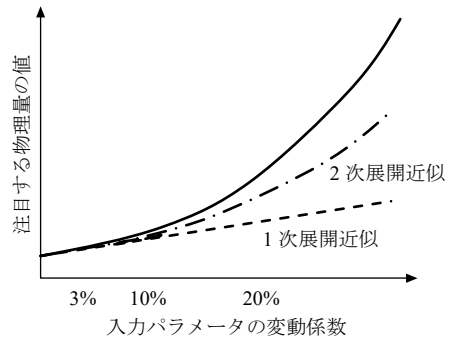


図7 ランダムパラメータに関する展開近似の概念図

ある．減多に起こらない現象である裾野分布を正確に求めるには，古典的なモンテカルロシミュレーションだと相当数のサンプル数の解析が必要になる．裾野分布の詳細解析とまではいかないが，解の変動係数の予測であれば，一次展開近似は有効である．ランダムパラメータが1つのとき，解析時間は，正規分布を仮定した場合には，確定論的シミュレーションの倍ですむ．すなわち， m_p 個のランダムパラメータに対して $m_p + 1$ 倍である．これは上記のべき乗よりはるかに小さい．

物理的パラメータに関する展開近似の理論の説明として，Neumann 展開について概要を示す．有限要素法による構造解析(変形・応力問題の解析)における剛性方程式を

$$Ku = f \quad (2)$$

とし， K を剛性マトリックス， u を変位， f を荷重とする．複数の材料よりなる対象物体の，物理的パラメータの不確かさを表現するランダムパラメータを $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots)$ とし， $f(\alpha)$ は確率密度関数を意味するとする．物理的パラメータの不確かさを考慮した剛性マトリックスを，

$$K \approx K^0 + K^1 \cdot f(\alpha) \quad (3)$$

のように剛性マトリックスの0次項(不確かさを考慮しない確定論的な剛性マトリックスと同じ)，および標準偏差を意味する1次項で近似する．式(2)の両辺に $(K^0)^{-1}$ を乗じて，

$$\{I + \hat{K}^1 \cdot f(\alpha)\}u = (K^0)^{-1}f \quad (4)$$

を得る．ただし，

$$\hat{K}^1 = (K^0)^{-1} K^{-1} \quad (5)$$

である. Neumann 展開により, 解は次式のように明示される.

$$u = \left\{ \sum_{k=0}^N (-1)^k \left(\hat{K}^1 f(\alpha) \right)^k \right\} \{ (K^0)^{-1} f \} \quad (6)$$

材料のランダムパラメータの表現法には何通りか考えられるが, 解析コードへのインプリメンテーションが最も容易な方法は, 弾性テンソルの各成分 D_{pqrs} に対して定義する方法であろう. 材料番号を j としたとき,

$$D_{pqrs}(\alpha_{j,pqrs}) \approx D_{j,pqrs}^0 + D_{pqrs}^1 f(\alpha_{j,pqrs}) \quad (7)$$

のように定義し, $f(\alpha_{j,pqrs})$ として正規分布を仮定すれば, 詳細は割愛するが式変形は容易である⁸⁾.

式 (7) において 1 次項は

$$D_{pqrs}^1 = \left. \frac{\partial D}{\partial \alpha} \right|_{\alpha=0} \quad (8)$$

であることは図 7 からも理解できよう.

一方, 幾何的パラメータに関しては, 一般にそのばらつきが大きい場合が多く, 低次の展開近似ではうまくいかないことが大半である. そこで, m_p 次元の幾何的パラメータ空間においてサンプリングをおこなう. i 番目のサンプルを X_i ($1 \leq i \leq s$) とし, その事前確率を $f_{\text{prior}}(X_i)$ とする. 各サンプルについて, 物理的パラメータの不確かさを考慮して展開近似により求めた解の確率密度関数 $f(u_{X_i})$ を重ね合わせて,

$$f(u) = \sum_{i=1}^s \{ f_{\text{prior}}(X_i) \cdot f(u_{X_i}) \} \quad (9)$$

を得る⁹⁾. 事前確率がわからない場合は一様分布 (フラット分布) でよい.

物理的パラメータの不確かさは材料試験から, 幾何的パラメータの不確かさは試作品や製造された製品から統計的な計測をおこなうしかない. しかし, 次に製造したときにどうなるかを, 計測データベースに基づき確率的に予測することができる. 計測データベースを, 製造プロセスパラメータと関連づけられれば, 補間により, バーチャル試験が可能となる. 一次展開近似に基づく確率的シミュレーションの理論式を簡潔にまとめると, 式 (2) は次のように表現され, 式 (9) とあわせて解の確率密度関数を予測する.

$$\left[K \left(X_i, D(f(\alpha)) \right) \right] \{ u_{X_i}(f(\alpha)) \} = f \quad (10)$$

$$u_{X_i} \approx u_{X_i}^0 + u_{X_i}^1 f(\alpha) \quad (11)$$

加えて, 式 (1) で示した境界条件 h についても同様にパラメタリゼーションできれば, サンプリングをおこない, 環境因子を含めたリスク評価, すなわち品質保証につながる. この一連の流れを図 8 に示す.

事前評価の確率的シミュレーションの予測と, 製造後に計測をおこなった結果のばらつきは, 当然ながら完全に一致するとは限らない. 計測結果に基づき, 幾何的パラメータの事前確率 $f_{\text{prior}}(X_i)$ を更新して, 事後確率 $f_{\text{updated}}(X_i)$ を算出できれば,

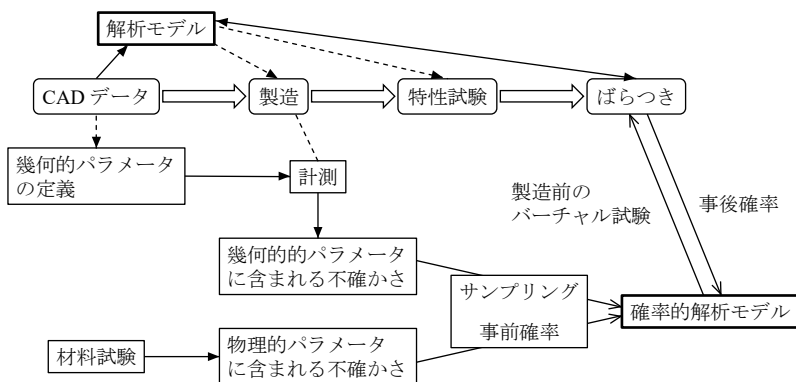


図 8 確率的モデリング・シミュレーションによる品質保証の流れ

次式により確率的予測も容易に更新できる⁹⁾。

$$f_{\text{updated}}(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^s \{f_{\text{updated}}(X_i) \cdot f(\mathbf{u}_{X_i})\} \quad (12)$$

事後確率は、ばらつきの要因分析と確率的シミュレーションの信頼性向上に寄与する。その結果として、試験レスの、バーチャル試験による品質保証が可能になると期待される。

6. 確率的シミュレーションの課題と展望

不確かさのモデリングにおいて、パラメタリゼーションと多次元ランダムパラメータ空間の分析に基づく適切なサンプリングの2点が重要であると述べた。構成式中のパラメータとして明示化される物理的パラメータと異なり、幾何的パラメータの定義方法は一意でないため、ある程度の経験を通じた熟練が必要になるであろう。確率的モデリングを支援するツール（ソフトウェア）の開発が望まれる。

確率的シミュレーションにおいては、たとえ物理的パラメータを漸近展開型の理論⁸⁾に組み込んでパラメータ空間の次元を減らしても、計算コストが大きい。特に、非線形問題では、途中でシナリオが膨大になりうるという問題もある。これについて、非線形解析の過程でサブサンプリングにより解析ケースを減らすアイディアもある²⁾。並列計算をおこなう HPCI (high performance computing infrastructure) 利用も視野にいれ、ハードウェア、アルゴリズム、ソフトウェアの各視点からの対応が期待される。

7. おわりに

CAE が多用される機械部品製造プロセスに起因した不確かさを考慮したモデリングについて述べた。著者が別途取り組む医療用インプラントにおいて、3D 積層造形は患者別に設計できる可能性から注目されるが、造形不良が起こりうるなら、その品質保証は医師、受託造形する製造者の両者にとって深刻な問題である。試験レスで品質保証をおこなうため、確率的シミュレーションの応用について概観した。一般に、製品開発段階でばらつきに遭遇した際、事後確率を

活用した要因の推測は、観察の手間を省くこともできると期待される。

本稿では幾何的パラメータとして表現される加工・造形不良に絞って述べたが、材料非線形を考慮した物理的パラメータ、境界条件（拘束条件、荷重条件）に含まれる不確かさも加え、確率的モデリング・シミュレーション法の学術的研究の進展に期待したい。

参考文献

- 1) American Society of Mechanical Engineers : “Guide for Verification and Validation in Computational Solid Mechanics”, ASME V&V 10–2006 (2016) .
- 2) T.-D. Hoang, Y. Abe, S. Nakamura, A. Miyoshi and N. Takano : “Stochastic nonlinear multiscale computational scheme for short fiber reinforced composites to study the influence of microstructural variability on damage propagation”, SN Applied Sciences, 2, 2 (2020) Paper No.182.
- 3) S. Akimoto and N. Takano : “Numerical prediction of scattered initial fracture load of perforated thin plate under tension by Monte Carlo FEM simulation with stepwise limited sampling”, Mechanical Engineering Letters, 2 (2016), Paper No.16–00316.
- 4) N. Takano, H. Takizawa, P. Wen, K. Odaka, S. Matsunaga and S. Abe : “Stochastic prediction of apparent compressive stiffness of selective laser sintered lattice structure with geometrical imperfection and uncertainty in material property”, International Journal of Mechanical Sciences, 134 (2017) pp.347–356.
- 5) 高野直樹・瀧澤英男・伊藤幸太・小高研人・松永 智・阿部伸一：「3D プリンティング技術により積層造形されたアルミ合金ラティス構造の圧縮特性に関する研究」, 材料, 68, 4 (2019) pp.351–357.
- 6) K. Hagiwara, S. Ishijima, N. Takano, A. Ohtani and A. Nakami : “Parameterization, statistical measurement and numerical modeling of fluctuated meso/micro-structure of plain woven fabric GFRP laminate for quantification of geometrical variability”, Mechanical Engineering Journal, 4 (2017) Paper No.17–00053.
- 7) 高野直樹・石島慎太郎：「FRP の確率的 RTM 成形プロセスシミュレーションにおける裾野分布の解析」, 日本機械学会論文集, 83 (2017) Paper No.17–00216.
- 8) P. Wen, N. Takano and S. Akimoto : “General formulation of the first-order perturbation based stochastic homogenization method using many random physical parameters for multi-phase composite materials”, Acta Mechanica, 229, 5 (2018) pp.2133–2147.
- 9) P. Wen, K. Yokota and N. Takano : “Probabilistic prediction and update of homogenized property for spherical porous material considering microstructural uncertainties”, Journal of Multiscale Modelling, 6, 4 (2015) pp. 1–9.