

$$\begin{aligned}
 -I_a \ddot{\theta} - \frac{2}{3} kl\theta \times \frac{2l}{3} - c \times \frac{l}{3} \dot{\theta} \times \frac{l}{3} &= 0 \\
 \ddot{\theta} + \frac{cl^2}{9I_a} \dot{\theta} + \frac{4kl^2}{9I_a} \theta &= 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

式 (11) に式 (10) を代入して次式となる。

$$\ddot{\theta} + 2 \times \frac{c}{2M} \dot{\theta} + \left( \sqrt{\frac{4k}{M}} \right)^2 \theta = 0 \tag{12}$$

式 (12) から、固有角振動数  $\omega_n$  は次式となる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{4k}{M}} \tag{13}$$

臨界減衰係数  $c_c$  は次式から決定される。

$$\begin{aligned}
 \left( \frac{c_c}{2M} \right)^2 - \left( \sqrt{\frac{4k}{M}} \right)^2 &= 0 \\
 \left( \frac{c_c}{2M} + \sqrt{\frac{4k}{M}} \right) \times \left( \frac{c_c}{2M} - \sqrt{\frac{4k}{M}} \right) &= 0 \\
 \frac{c_c}{2M} - \sqrt{\frac{4k}{M}} &= 0 \\
 c_c = 2M \sqrt{\frac{4k}{M}} &= 4\sqrt{Mk}
 \end{aligned} \tag{14}$$

ゆえに、減衰比  $\zeta$  は次式となる。

$$\zeta = \frac{c}{c_c} = \frac{c}{4\sqrt{Mk}} \tag{15}$$